# ESTIMACIÓN DE LA PERMEABILIDAD RELATIVA BIFÁSICA A PARTIR DE LA SIMULACIÓN DE FLUJO DE FLUIDOS EN MICROGRAFÍAS DE ROCAS

## ESTIMATION OF THE TWO-PHASE RELATIVE PERMEABILITY FROM FLUID FLOW SIMULATIONS IN ROCK MICROGRAPHS

#### Jorge A. Briones-Carrillo<sup>1</sup>, Carlos G. Aguilar-Madera<sup>1,\*</sup>, Víctor Matías-Pérez<sup>1</sup>

(1) Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias de la Tierra, Carretera a Cerro Prieto Km 8, Ejido Ex Hacienda de Guadalupe, C.P. 67700, Linares, N.L. - México (correo de contacto: carlos.aquilarmd@uanl.edu.mx)

Recibido: 11/08/2022 - Evaluado: 24/08/2022 - Aceptado: 25/09/2022

#### RESUMEN

En este trabajo se presenta una metodología para estimar la permeabilidad relativa de dos fluidos inmiscibles bajo escenarios de drene e imbibición. A partir de la imagen SEM de una muestra de roca, se identifica la red de poros y se simula la dinámica de fluidos intersticial considerando además el movimiento de la interfase entre los dos fluidos con el método *Level Set*. Para ello se utilizó el software COMSOL Multiphysics. Para ejemplificar la aplicación, se trabajó en la imagen microscopía electrónica de barrido de una muestra de roca real de la Formación Amaxac del Paleocanal de Chicontepec en México, y se estimó la permeabilidad relativa del agua y del aceite siguiendo una formulación matemática basada en la Ley de Darcy multifásica. Cualitativamente, las estimaciones de la permeabilidad relativa coinciden con las que se pueden encontrar en la literatura, identificándose las saturaciones residuales, los valores máximos de la permeabilidad relativa (endpoints), y diferentes formas de las curvas de permeabilidad relativa asociadas a drene e imbibición.

#### ABSTRACT

In this work a methodology for estimation of two immiscible fluids relative permeability is presented for drainage and imbibition processes. Using a SEM image of rock samples, the pore network is identified and CFD routines are implemented along the tracking of the interface movement with the Level Set method. This process was done using the software Comsol Multiphysics. This proposal was applied to a scanning electron microscopy image of a real rock sample from the Formation Amaxac in the Paleochannel Chicontepec, Mexico, and based on the Darcy's Law for multiphase flow the oil and water relative permeabilities were estimated. Qualitatively, the obtained relative permeability curves are similar to those encountered in the literature and features as: residual saturations and endpoint values are clearly identified, as well as the differences found in relative permeability curves for drainage and imbibition.

Palabras clave: permeabilidad relativa, dinámica de fluidos computacional, imbibición, drene, microscopía electrónica de barrido Keywords: relative permeability, Computational Fluid Dynamics, imbibition, drainage, Scanning Electron Microscopy

## INTRODUCCIÓN

La permeabilidad relativa es una propiedad roca-fluido de importancia crucial en sistemas porosos con condiciones de flujo multifásico. Su importancia radica en su utilidad para calcular el flujo de cada fluido dentro de las cavidades porosas, y cuyas repercusiones pueden tener alcances técnicos y económicos significativos en sistemas porosos con intereses de explotación. Por ejemplo, en la industria petrolera la permeabilidad relativa de los fluidos, en cierto estado en el tiempo, puede ser tal que se tenga mayor producción de salmuera o gas hidrocarburo en los pozos productores, en lugar de aceite, lo cual puede condicionar a que los pozos se cierren parcial o totalmente, con el fin de minimizar o anular la producción de fluidos indeseados. Este ejemplo tiene grandes repercusiones económicas debido a los altos precios del petróleo y a los costos de perforación y mantenimiento de pozos, por lo que cerrar un pozo petrolero no es una acción que desean las empresas en esa industria.

En general, y además de la ya mencionada industria petrolera, la estimación de la permeabilidad relativa de los fluidos es necesaria en el análisis de sistemas geotérmicos (Gudjonsdottir *et al.*, 2015), hidrogeología (Zhang, 2011), remediación de contaminantes en el subsuelo (Oliveira & Demond, 2003), y sistemas artificiales (Baumann *et al.*, 2020) por mencionar algunos ejemplos. La permeabilidad relativa ha sido determinada a través de procedimientos de laboratorio (Su *et al.*, 2020), numéricos (Wang *et al.*, 2020) o meramente empíricos-teóricos (Delshad & Pope, 1989). En este trabajo se presenta una metodología donde se calcula la permeabilidad relativa de dos fluidos en una roca sedimentaria, a partir de la simulación del flujo de fluidos en imágenes procesadas obtenidas de Microscopía Electrónica de Barrido (SEM, por sus siglas en inglés). Como fluidos se utiliza salmuera de concentración conocida (fase acuosa) y aceite mineral (fase oleica); la salmuera actúa como fluido mojante y el aceite mineral como fluido no mojante. La roca utilizada corresponde a una muestra de afloramiento de la Formación Amaxac del Paleocanal de Chicontepec en México, cuya litología corresponde a una arenisca lítica calcárea. La estimación de la permeabilidad relativa se lleva a cabo en condiciones dinámicas y bajo procesos de drene e imbibición.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

El marco teórico de esta sección incluye la ecuación de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \left( \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[ -p\mathbf{I} + \mu \left( \nabla \mathbf{u} + \left( \nabla \mathbf{u} \right)^T \right) \right]$$
(1)

Acompañada de la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

Estas ecuaciones están escritas para fluido incompresible, y cuyas variables son:  $\rho$  es la densidad másica del fluido, **u** representa el vector del campo de la velocidad del fluido, p es la presión, t es el tiempo, y  $\mu$  es la viscosidad del fluido. Las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad se resuelven para cada fluido presente en los poros, y dado que se considera que los fluidos son inmiscibles, entonces la interfase que separa a los fluidos se considera como una frontera móvil, de la cual es necesaria rastrear su posición y forma a través del tiempo. La teoría que se utilizará para actualizar la posición de la interfase se basa en el modelo *Level Set* (Osher & Sethian, 1988), el cual es:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot \left[ \varepsilon_{ls} \nabla \phi - \phi \left( 1 - \phi \right) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right]$$
(2)

donde  $\phi$  representa la función *level set* que ayuda a localizar el fluido A, el fluido B y a la interfase AB, de acuerdo con las siguientes expresiones:

 $\phi < 0.5$ , fluido A  $\phi > 0.5$ , fluido B  $\phi = 0.5$ , interface AB

Además,  $\gamma$  es el parámetro de reinicialización y  $\mathcal{E}_{ls}$  es un parámetro numérico asociado con el espesor de la interface AB.

En general, la metodología de trabajo consiste en generar una imagen representativa de la microestructura de los poros, en donde eventualmente se resuelva numéricamente el modelo matemático antes establecido. Una vez que el modelo matemático está resuelto, se trabaja con la distribución de fases dentro de los poros y se estima la permeabilidad relativa resultante, tal como se muestra en la Figura 1.



Fig. 1: Diagrama de flujo general para la estimación de permeabilidades relativas a partir de imágenes SEM en Comsol.

De acuerdo con la Ecuación (3), el modelo Level Set necesita valores numéricos para los parámetros  $\bigvee y \mathcal{E}_{ls}$ . Para la configuración de estos parámetros es necesario hacer un estudio previo de convergencia, y la elección de estos parámetros depende en gran medida de la naturaleza del caso de estudio y de los objetivos de la simulación. El parámetro de reinicialización controla la velocidad a la que la función Level Set se reinicializa después de cierto período de tiempo, generalmente se ajusta experimentalmente para lograr un equilibrio entre la estabilidad numérica y la precisión de la representación de la interfaz. Un valor más pequeño acelara la reinicialización, pero hay que tener en cuenta que se pueden generar errores numéricos, mientras que con un valor grande puede resultar en una interfase más suave pero que requiere más tiempo de cálculo. En los casos de simulación presentados se encontró que  $\mathcal{Y}=1$  es un valor adecuado para tiempos de cómputo tolerables y un modelado adecuado del espesor de la interfase.

(3)

En cuanto al parámetro numérico asociado al espesor de la interfase  $\mathcal{E}_{ls}$  es una constante con el valor de 1.7263×10<sup>-3</sup> mm. Se menciona que no existe un valor único para este parámetro, ya que se encuentra ligado estrechamente al tamaño máximo de la malla y con la discretización númerica de la función Level Set. La interfase real es una superficie infinitamente delgada, pero en las simulaciones en Comsol ésta debe de tener un espesor finito para calcular eventualmente los efectos físicos tales como la deformación, desplazamiento, y el ángulo de contacto con el sólido. Finalmente, en esta parte se agrega que, en conjunto, los parámetros  $\gamma \gamma \mathcal{E}_{ls}$  juegan un papel determinante dada la forma de la ecuación parcial (2). El lado derecho del signo igual puede verse como un término difusivo, mientras el término del lado izquierdo del signo igual, y que involucra a la velocidad del fluido **u**, representa un término advectivo. Cuando el término advectivo es más grande que el término difusivo se presentan problemas de convergencia y estabilidad en la solución numérica de la ecuación parcial. De esta forma, los valores numéricos de  $\gamma \gamma \mathcal{E}_{ls}$  pueden facilitar o complicar la solución numérica de la función Level Set.

La permeabilidad relativa de cada uno de los fluidos presentes dentro de los poros está definida en la Ley de Darcy para flujo multifásico (Chen *et al.,* 2006), esto es:

Para la fase aceite: 
$$\mathbf{U}_{o} = -\frac{\mathbf{K}k_{ro}}{\mu_{o}} \cdot \left(\nabla P_{o} - \rho_{o}\mathbf{g}\right)$$
(4)

Para la fase acuosa:

$$\mathbf{U}_{w} = -\frac{\mathbf{K}k_{rw}}{\mu_{w}} \cdot \left(\nabla P_{w} - \rho_{w}\mathbf{g}\right)$$
(5)

donde  $\mathbf{U}_{o}$  y  $\mathbf{U}_{w}$  son la velocidad de filtrado del aceite y del agua, respectivamente, **K** es el tensor de permeabilidad de la roca,  $P_{o}$  y  $P_{w}$  son la presión promedio de la fase aceite y acuosa, respectivamente, **g** es el vector de aceleración de la gravedad, y  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$  representan la permeabilidad relativa del aceite y del agua, respectivamente. Una vez encontrada la velocidad y distribución de los fluidos en los poros a diferentes tiempos mediante la solución de las Ecuaciones (1)-(3),  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$  se calculan despejándolas de las Ecuaciones (5) y (6), respectivamente. Mientras tanto, la saturación de los fluidos se encuentra a través de las expresiones:

Saturación de aceite
$$s_o = \frac{\text{Volumen de aceite}}{\text{Volumen de poro}}$$
(6)Saturación de agua $s_w = \frac{\text{Volumen de agua}}{\text{Volumen de poro}}$ (7)

Los volúmenes de poro y de los fluidos se calculan una vez que se conoce la distribución de fluidos. Ambas saturaciones de fluidos están relacionadas a través de la expresión:  $S_O+S_W=1$ 

El modelo matemático presentado en la sección anterior se resolverá en una imagen representativa de rocas reales. Para ello se utiliza una muestra de roca de afloramiento de la Formación Amaxac correspondiente al borde del Paleocanal de Chicontepec, aproximadamente. Una caracterización completa de la roca utilizada puede encontrarse en el trabajo de Finol-González *et al.* (2023), mientras que en este trabajo se presenta información básica acerca de las propiedades de la roca en la Tabla 1. Además, en la Tabla 1 también se reportan las propiedades de los fluidos considerados, así como el valor de la tensión interfacial entre los fluidos y el ángulo de contacto. Tales propiedades corresponden a uno de los escenarios estudiados en el trabajo de Finol-González *et al.* (2023), en el análisis de uso de surfactantes como método para incrementar la producción de aceite.

Para la solución del modelo matemático se utilizan técnicas numéricas de elemento finito, y para ello se utilizó el software Comsol Multiphysics (Aguilar-Madera *et al.*, 2021). Las muestras de roca de la Formación Amaxac, así como la imagen original SEM de las muestras de roca se presentan en la Figura 2. En dicha figura también se presenta el resultado final después del proceso para identificar los poros (procesado de imágenes), así como la

malla computacional utilizada en Comsol Multiphysics. La geometría final en Comsol fue de aproximadamente 0.05x0.035 mm, aproximadamente y corresponde al tamaño de la imagen SEM de la Figura 2. Se realizó un análisis de independencia de malla, en el cual se verificó que la malla computacional usada genere resultados consistentes y estables con un tiempo de cómputo tolerable. Para el procesado de la imagen SEM se utilizó el lenguaie libre R-Studio para obtener la matriz numérica, la conversión a pixeles blancos y negros, y se usaron procedimientos de erosión y dilatación (Briones-Carrillo et al., 2016). Los softwares libres ImageJ, Gimp e Inkscape se usaron para vectorizar la imagen, así como también mejoras de aspecto y forma, y ajustes de contraste y brillo para resaltar los poros (Aquilar-Madera et al., 2020).

Tabla 1: Propiedades básicas de la muestra de roca utilizada y de los fluidos.

Porosidad	7.0 - 8.1%
Permeabilidad	0.002 - 0.041 mD
Área específica	2.9918 m <sup>2</sup> /g
Volumen de poro específico	0.014528 cm <sup>3</sup> /g
Diámetro de poro	194.2387 Å
Densidad del agua	1000 kg/m <sup>3</sup>
Densidad del aceite	860 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidad del agua	1 cP
Viscosidad del aceite	4 cP
Tensión interfacial	0.813 dina/cm
Ángulo de contacto (medido entre el sólido y	56.957 °
la interfase entre los fluidos)	







Fig. 2: Imagen SEM de la muestra de roca de la Formación Amaxac, identificación de poros, y la malla computacional empleada en Comsol Multiphysics (149832 elementos triangulares) para la solución numérica del modelo matemático.

#### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En la Figura 3 se presenta la solución numérica de la distribución de fluidos dentro de los poros hasta un tiempo de 0.01 s. Se presentan dos escenarios distintos: i) en la columna de la izquierda se presenta el caso de imbibición, es decir se inyecta el fluido mojante (salmuera) por la frontera izquierda para desplazar al fluido no mojante (aceite), ii) en la columna de la derecha se grafica la solución para el caso de drene, en este caso se inyecta por la frontera de la izquierda el fluido no mojante para desplazar al fluido mojante. En ambos casos se inyecta el fluido a una velocidad constante de 0.00165 m/s, mientras que la frontera de producción la presión manométrica es 0 Pa, esto con la finalidad de mantener condiciones similares y comparar la manera en que se desplazan los fluidos en la matriz porosa. La inyección de fluidos se consideraron casos separados en el modelo computacional en Comsol, y no se manejó el esquema de inyección secuencial de fluidos. Las condiciones de frontera se completan estableciendo no deslizamiento (todos los componentes del vector velocidad **u** son cero) en la superficie de los sólidos y en las fronteras superior e inferior de la imagen SEM, y como condiciones iniciales la velocidad y la presión manométrica son igual a cero. Mientras tanto, para el modelo Level Set, se utilizó como condición inicial la distribución inicial de los fluidos correspondiente para el caso ya sea de imbibición o de drene, es decir la función  $\phi=1$  si la región del poro está lleno de aceite, ó  $\phi=0$  si el poro está lleno de agua. Como condición de frontera, en las fronteras en contacto con el sólido se considera una interfaz en movimiento que incluye el ángulo de contacto y la tensión interfacial entre los fluidos.



Fig. 3: Evolución de la distribución de fluidos dentro de los poros durante los procesos de imbibición y drene.

Los perfiles de velocidad y presión ya en condiciones estables se presentan en la Figura 4. A partir de los resultados de la Figura 3, obsérvese que el movimiento de los fluidos es muy diferente al nivel de detalle de la red de poros, y aparenta ser similar al nivel de observación de toda la muestra de roca analizada. Es posible observar que el fluido mojante irrumpe en mayor cantidad en la frontera de producción en el caso de imbibición, comparado con la irrupción del aceite para el caso de drene al tiempo de 0.01 s. Esto puede atribuirse a que el fluido mojante tiene una afinidad natural con el sólido, lo cual facilita que desplace al aceite hacia la zona de producción, fenómeno que impacta en la eficiencia global del proceso de recuperación.



Fig. 4: a) Perfiles de velocidad (m/s) de los fluidos en los poros, y b) distribución de la presión (Pa).

Una vez disponible la distribución de los fluidos, la velocidad local de los fluidos, y la presión dentro de los poros, entonces se utilizan las Ecuaciones (5) y (6) para determinar la permeabilidad relativa del aceite y de la salmuera. En la Figura 5 se han graficado  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$  para los escenarios de imbibición y drene. Es claro que las curvas de permeabilidad relativa presentan diferencias notables (no son las mismas para drene e imbibición), asociado con la asimetría del proceso cuando se llenan los poros con un fluido mojante, en lugar de un fluido no mojante. Para el caso del fluido desplazado, la cantidad de fluido atrapado en la red de poros pequeños depende de las fuerzas capilares, las cuales a su vez dependen del ángulo de contacto, tamaño de poro, y de la tensión interfacial entre los fluidos. Tales fuerzas capilares pudieran ser muy grandes, y como consecuencia se tiene que el completo desplazamiento de un fluido por otro no es posible, y siempre se espera una cantidad residual en los procesos de inyección. En ese tenor, obsérvese en la Figura 5 que el proceso de imbibición es un proceso efectivo para desplazar al aceite ya que se tiene poco aceite residual, lo cual corresponde al valor de saturación cuando  $k_{ro}$ =0, lo cual ocurre aproximadamente a  $S_{w}$ = 0.95, o  $S_{o}$ = 0.05.



Fig. 5: Estimación numérica (etiqueta "num") de la permeabilidad relativa del aceite  $k_{ro}$  y agua  $k_{rw}$  en procesos de imbibición y drene utilizando la metodología de este trabajo. Las líneas sólidas solo ilustran la tendencia de los datos, y no representan alguna curva de ajuste. Los símbolos de cruces indican mediciones experimentales (etiqueta "exp") en rocas de carbonato (Shi *et al.*, 2018).

Otra característica muy rescatable de las curvas graficadas en la Figura 5 es que el valor máximo de la permeabilidad relativa de la fase mojante en la saturación residual (conocido como *endpoint* en la literatura en inglés) es muy diferente para drene e imbibición. Este valor es de suma importancia a nivel de yacimiento, ya que dictará los flujos máximos que se tienen del fluido móvil en los pozos productores. La permeabilidad relativa del agua es

aproximadamente 0.3 para el proceso de imbibición, y casi 0.7 cuando se tiene el proceso de drene. En la Figura 5 también se presentan datos experimentales de la permeabilidad relativa estimada en rocas de carbonato (Shi *et al.,* 2018), donde se observan ciertas similitudes con las curvas estimadas numéricamente. El objetivo es mostrar una comparación con las curvas determinadas con la metodología de este trabajo, ya que una validación rigurosa debería de hacerse con experimentación en rocas de la Formación Amaxac, lo cual, a conocimiento de los autores, no existen reportes en la literatura.

Se resaltan las capacidades de la metodología propuesta en este trabajo para estimar las permeabilidades relativas de flujos bifásicos en medios porosos como rocas. El comportamiento cualitativo de las curvas de permeabilidad relativa coincide con las que se pueden encontrar en la literatura en mediciones experimentales de laboratorio [ver por ejemplo las mediciones experimentales reportadas en los trabajos de Bennion & Bachu (2008), Rostami *et al.* (2010) y Shi *et al.* (2018), en el sentido de que se tienen diferentes curvas de permeabilidad para drene e imbibición, cuantificación de saturaciones residuales, y el cálculo de valores máximos de la permeabilidad relativa.

Por último, es de resaltar la dispersión que presentan los datos estimados numéricamente de acuerdo las gráficas de la Figura 5. En la macroescala, el domino de observación es más grande por lo que los datos analizados tienden a suavizarse, y en general este problema se considera un fenómeno de escalamiento de la micro a la macroescala debido a las diferencias en la física y el comportamiento de los sistemas en estas escalas. En la microescala los poros son más pequeños y morfológicamente más detallados, lo que significa que la capilaridad y la velocidad local presentan cambios significativos en pequeñas distancias, esto puede dar curvas de permeabilidad relativa con un comportamiento más aleatorio debido a los efectos de mojabilidad y desplazamiento de los fluidos a nivel de poro. Aquí cabe recordar que la estimación de la permeabilidad relativa se hace a través de las Ecuaciones (6) y (7), por lo que fluctuaciones tanto en la velocidad local de los fluidos como en el gradiente de presión conducirán a variaciones en el valor de *k*<sub>r</sub>. También, en la microescala los cambios en la saturación de fluidos usualmente se calcula a través de un volumen más grande. Otro aspecto que puede afectar también las curvas de permeabilidad es la heterogeneidad implícita de cualquier roca sedimentaria.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una metodología numérica para estimar la permeabilidad relativa para el flujo de dos fluidos. Para ello se utilizó una imagen SEM de una muestra de roca real proveniente del Paleocanal de Chicontepec en México, en donde se identificó la red de poros por medio de técnicas de procesamiento de imágenes. El método numérico consiste en la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes para encontrar el perfil de presiones y velocidad, y el método Level Set para rastrear el movimiento de la interfase entre los fluidos. Una vez obtenida la distribución de fluidos a través del tiempo, y los perfiles de presión y velocidad, la permeabilidad relativa de aceite y agua se obtuvo a partir de la Ley de Darcy multifásica. Las estimaciones de la permeabilidad relativa captura características importantes similares a las que se encuentran por métodos experimentales de laboratorio como son: curvas de permeabilidad relativa diferentes para drene e imbibición, saturaciones residuales, y la estimación de la permeabilidad relativa máxima evaluada en la saturación irreductible.

#### REFERENCIAS

Aguilar-Madera, C.G. Flores-Cano, J.V. Matías-Pérez, V. Briones-Carrillo, J.A. & Velasco-Tapia, F. (2020). Computing the permeability and Forchheimer tensor of porous rocks via closure problems and digital images. *Advances in Water Resources*, *142*, 107635.

Aguilar-Madera, C.G. Herrera-Hernández, C.E. Espinosa-Paredes, G. & Briones-Carrillo, J.A. (2021). On the effective diffusion in the Sierpinski carpet. *Computational Geosciences*, *25*, 467-473.

Baumann, A., Hoch, D., Behringer, J. & Niessner, J. (2020). Macro-scale modeling and simulation of two-phase flow in fibrous liquid aerosol filters. *Eng. Appl. Comput. Fluid Mech.*, *14*, 1325-1336.

Bennion, D.B. & Bachu, S. (2008). Drainage and imbibition relative permeability relationships for supercritical CO<sub>2</sub>/brine and H<sub>2</sub>S/brine systems in intergranular sandstone, carbonate, shale, and anhydrite rocks. *SPE Reserv. Evaluation Eng.*, *11*, 487-496.

Briones-Carrillo, J.A., Soto-Villalobos, R., Aguilar-Madera, C. G. & Ramos-Ledezma, A. (2016). Estimación de porosidad en areniscas a partir de micrografías digitales utilizando R-Studio. *Revista Ciencia UANL*, *19* (81), 29.

Chen, Z., Huan, G. & Ma, Y. (2006). *Computational methods for multiphase flows in porous media*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA, pp. 549.

Delshad, M. & Pope, G.A. (1989). Comparison of the three-phase oil relative permeability models. *Transp. Porous Media*, *4*, 59-83.

Finol-González, A.T., Matías-Pérez, V., Jenchen, U., Flores-Cano, J.V., Ocampo-Pérez, R., García-Hernández, E. *et al.* (2023). Effect of cationic and anionic surfactants on the wettability and interfacial tension of oil-brine systems in analogous rocks from the Chicontepec Paleochannel, Mexico, *Pet. Sci. Technol.*, DOI: 10.1080/10916466.2023.2176518.

Gudjonsttir, M., Palsson, H., Eliasson, J. & Saevarsdottir, G. (2015). Calculation of relative permeabilities of water and steam from laboratory measurements. *Geothermics*, *53*, 396-405.

Oliveira, L.I. & Demond, A.H. (2003). Estimation of primary drainage three phase relative permeability for organic liquid transport in the vadose zone. *J. Contam. Hydro.*, *66*, 261-285.

Osher, S.J. & Sethian, J.A. (1988). Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *J. Comput. Phys.*, *79*, 12-49.

Rostami, B., Kharrat, R., Ghotbi, C. & Tabatabaie, S.H. (2010). Gas-oil relative permeability and residual oil saturation as related to displacement instability and dimensionless numbers. *Oil Gas Sci. Technol.*, *65*, 299-313.

Su, W., Liu, Y., Gao, Z., Yang, L., Yang, R., Mcharo, W. *et al.* (2020). Relative permeability variations during low salinity water flooding in carbonate rocks with different mineral compositions. *J. Dispers. Sci. Technol.*, *41*, 227-234.

Shi, S., Belhaj, H. & Bera, A. (2018). Capillary pressure and relative permeability correlations for transition zones and carbonate reservoirs. *J. Petrol. Explor. Prod. Technol.*, *8*, 767-784.

Wang, Y.D., Chung, T., Armstrong, R.T., McClure, J., Ramstad, T. & Mostaghimi, P. (2020). Accelerated computation of relative permeability by coupled morphological and direct multiphase flow simulation. *J. Comput. Phys.*, *401*, 108966.

Zhang, Z.F. (2011). Soil water retention and relative permeability for conditions from oven-dry to full saturation. *Vadose Zone J.*, 10, 1299-1308.